P.434. Aflaţi cifrele A, B, C, D pentru care $\overline{ABCD} + \overline{ABC} = 2015$.

Concursul naţional al tinerilor matematicieni, Serbia, 2015

Soluţia 1: $\overline{ABCD} + \overline{ABC} = 10\overline{ABC} + D + \overline{ABC} = 11\overline{ABC} + D$, deci D trebuie să fie restul împărţirii lui 2015 la 11, iar $\overline{ABC}$ trebuie să fie câtul acestei împărţiri. Cum $2015 = 11 \cdot 183 + 2$, rezultă $\overline{ABC} = 183$ şi $D = 2$, deci $A = 1$, $B = 8$, $C = 3$, $D = 2$.

Soluţia 2: Evident, A trebuie să fie 1, altfel suma ar fi cel puţin $2000 + 200 = 2200$. Atunci $\overline{BCD} + \overline{BC} = 2015 - 1100 = 915$. Dacă $B = 9$ suma din membrul stâng este cel puţin $900 + 90$, deci prea mare, iar dacă $B \leq 7$ ea este cel mult $799 + 79 = 878$, deci prea mică. Rezultă că $B = 8$, de unde $\overline{CD} + C = 915 - 880 = 35$. Dacă $C \leq 2$ atunci $\overline{CD} + C$ este cel mult $29 + 2$, deci prea puţin, iar dacă $C \geq 4$ atunci $\overline{CD} + C$ este cel puţin $40 + 4$, deci prea mult. Rămâne că $C = 3$, de unde rezultă $D = 2$.

P.435. De Moş Crăciun, învăţătoarea a cumpărat pentru elevii din clasa a 3-a de 4 ori mai multe bomboane decât ciocolate. Fiecare copil a primit câte două ciocolate şi 7 bomboane şi au rămas nedistribuite 3 ciocolate şi 32 de bomboane. Câţi elevi erau în acea clasă?

Ioana Onofrei

Soluţie: Dacă învăţătoarea ar fi distribuit fiecărui copil 8 bomboane în loc de 7, fiecare copil ar fi avut de 4 ori mai multe bomboane decât ciocolate. Cum şi în total bomboanele erau de 4 ori mai multe, rezultă că şi bomboanele rămase ar fi fost de 4 ori mai multe decât ciocolatele rămase, adică ar fi fost 12. Diferenţa dintre numărul de bomboane rămase, 32, şi cel al bomboanelor care ar fi rămas dacă i s-ar fi dat fiecărui copil o ciocolată în plus, reprezintă tocmai numărul copiilor. Aşadar în clasă sunt $32 - 12 = 20$ de copii.